

# EVOLUÇÃO DIFERENCIAL APLICADA AO PROBLEMA DO DESPACHO ECONÔMICO ROBUSTO DE ENERGIA ELÉTRICA

**Samuel José Jardim da Silva**

Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal  
Rodovia LMG 818, km 6, 35690-000 - Florestal - MG  
samuel.jardim@ufv.br

**Marcus Henrique Soares Mendes**

Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal  
Rodovia LMG 818, km 6, 35690-000 - Florestal - MG  
marcus.mendes@ufv.br

## RESUMO

A geração de energia a partir de termoelétricas tem um alto custo de produção em relação a outras formas, por exemplo, hidroelétricas. Há itens relacionadas à geração de energia, como pressão, umidade, temperatura, entre outros, que podem apresentar incertezas. Neste contexto, este trabalho propõe a resolução do Problema de Despacho Econômico Robusto de Energia Elétrica (RPDEEE), considerando o carregamento de ponto de válvula e incertezas paramétricas utilizando a meta-heurística Evolução Diferencial (ED). A ED proposta foi implementada utilizando a linguagem C, sendo testada nas instâncias do RPDEEE com 13 e 40 unidades geradoras (UGs). Para validar a qualidade do algoritmo proposto, os resultados foram comparados com as soluções de três trabalhos presentes na literatura. Pode-se concluir que o algoritmo desenvolvido é válido e com resultados nominais próximos aos encontrados na literatura, bem como apresenta um custo computacional menor na versão robusta em relação aos outros trabalhos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Evolução Diferencial, Otimização, Despacho Econômico.

## 1. INTRODUÇÃO

A procura de ótimos em funções é o propósito da área de otimização, porém nem sempre as soluções encontradas consideram incertezas presentes no ambiente. Essas incertezas são oriundas de diversos meios, como por exemplo, imprecisão de medidas, mudanças no ambiente (pressão, temperatura, clima, etc.) (MENDES, 2013) as quais podem alterar a solução ideal do problema real fazendo com que não seja útil na prática. Assim, se faz necessário o uso de metodologias que encontrem soluções viáveis na presença de incertezas, ou seja, soluções robustas.

Um problema clássico na área de otimização é o Problema do Despacho Econômico de Energia Elétrica (PDEEE), consistindo em uma usina de geração de energia elétrica composta de geradores de energia movidos à queima de algum combustível. O intuito do PDEEE é minimizar a função custo da geração de energia elétrica de acordo com a demanda (JERONYMO, 2011).

Na literatura, existem diversas abordagens do PDEEE, dos quais foram selecionados alguns por se assemelharem a este trabalho. No trabalho de Jeronimo (2011) é feito uma comparação entre diversas meta-heurísticas que resolvem o PDEEE, inclusive a Evolução Diferencial (ED). O PDEEE é empregado em instâncias diferentes, entre elas de 13 e 40 UGs, pois para cada instância é usada uma tabela de coeficientes diferente. Já no trabalho de Coelho e Mariani (2006), o PDEEE é resolvido utilizando uma versão da ED híbrida com programação quadrática sequencial, nas instâncias com 3, 13 e 40 UGs. No trabalho de Martins e Mendes (2016), o PDEEE é resolvido com Algoritmo Genético na instância com 13 UGs, mas também é apresentada uma versão robusta do PDEEE (RPDEEE), diferente dos outros dois trabalhos.

Assim, o objetivo geral deste trabalho consiste em resolver a versão robusta do PDEEE utilizando o algoritmo de Evolução Diferencial, considerando incertezas paramétricas e o carregamento de ponto de válvula. O que o diferencia dos demais é que o RPDEEE será resolvido com a ED para as instâncias com 13 e 40 UGs, utilizando a estimativa do pior caso proposta por Steiner (2004).

Na Seção 2, serão apresentados o PDEEE e a modelagem matemática; na Seção 3 são apresentados os conceitos de incerteza e robustez e a modelagem do RPDEEE; na Seção 4 apresenta-se a meta-heurística Evolução Diferencial; a Seção 5 apresenta as metodologias aplicadas; na Seção 6 são apresentados os experimentos e resultados; na Seção 7, a conclusão.

## 2. PROBLEMA DE DESPACHO ECONÔMICO DE ENERGIA ELÉTRICA

O PDEEE é um problema antigo, proposto por engenheiros em meados da década de 20 (HAPP, 1977 apud JERONYMO, 2011). O problema representa a demanda de geração de energia elétrica de uma usina possuindo unidades geradoras (UGs) de energia elétrica movidas à combustão. Logo a finalidade do problema é encontrar o custo mínimo de geração de energia elétrica das unidades geradoras.

As instâncias do PDEEE, neste trabalho, são compostas por 13 e 40 UGs de energia, considerando o efeito de ponto de válvula e com demanda energética de 1800 MW/hora (*Mega-Watt/hora*) e 10500 MW/hora, respectivamente. O efeito de ponto de válvula é o momento em que são abertas as válvulas da unidade geradora, liberando pressão e consequentemente diminuindo a eficiência energética da unidade geradora (DRBAL, 1996 apud JERONYMO, 2011). Na modelagem matemática, é representado por uma função seno (WALTERS e SHEBLE, 1993 apud JERONYMO, 2011). À função custo de energia é representada por um polinômio de segundo grau com restrição de potência mínima e máxima, como visto na Figura 01.

$$P_{Gmin} \leq P_G \leq P_{Gmax} ,$$

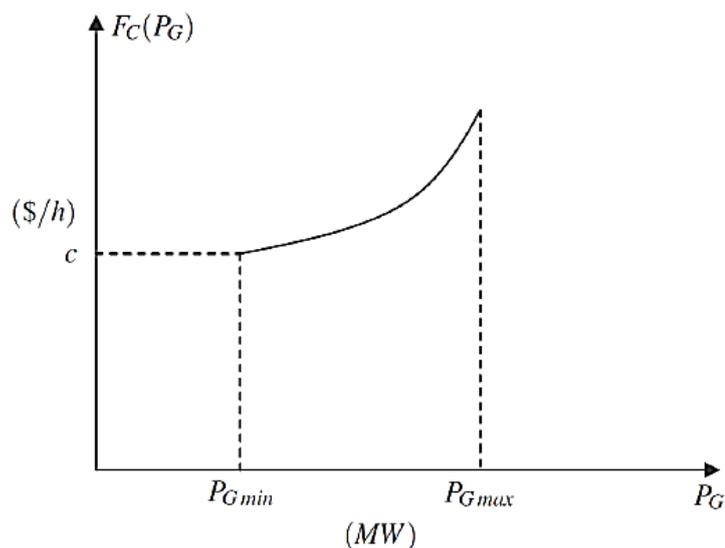


Figura 01: Gráfico da função custo de acordo com o tempo, restrito à uma potência mínima e máxima (JERONYMO, 2011).

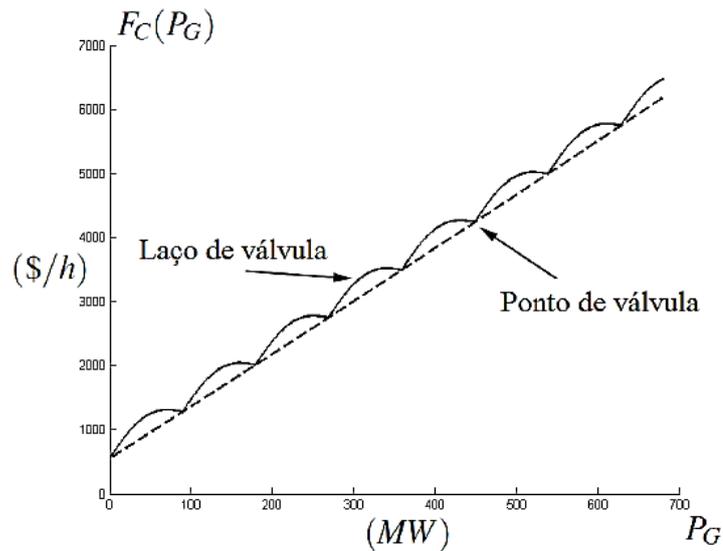


Figura 02: Gráfico da função custo considerando o ponto de válvula (JERONYMO, 2011).

O PDEEE pode ser modelado matematicamente com uma função objetivo e duas restrições adaptada de Coelho e Mariani (2006) e Martins e Mendes (2016):

A equação (1) é a função objetivo que representa o custo do combustível para cada unidade geradora  $i$  (em \$/h) com o efeito do ponto de válvula, onde  $a_i$ ,  $b_i$  e  $c_i$  são restrições referentes às características de cada gerador e  $e_i$  e  $f_i$  constantes do efeito de ponto de válvula.

$$F_i(P_i) = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i + |e_i \sin(f_i(P_i^{min} - P_i))| \quad (1)$$

A equação (2) representa as igualdades do balanço de potência,  $P_D$  (em MW) a potência demandada e a potência de cada unidade geradora  $i$  por  $P_i$  (em MW) e  $n$  o número máximo de unidades geradoras.

$$\sum_{i=1}^n P_i - P_D = 0 \quad (2)$$

A equação (3) representa os limites das capacidades de geração de potência de cada unidade geradora  $i$  (em MW).

$$P_i^{min} \leq P_i \leq P_i^{max} \quad (3)$$

### 3. INCERTEZA E ROBUSTEZ

Como as incertezas podem tornar as soluções inviáveis na prática, é necessário encontrar soluções robustas que comportem as perturbações do ambiente. Beyer e Sendhoff (2007 apud MENDES, 2013) apontam quatro tipos de incertezas:

- A. Mudanças no ambiente: estão relacionadas à situação na hora da operação, por exemplo, pressão, temperatura, umidade etc.;
- B. Tolerâncias na produção: relacionadas às perturbações nas variáveis de decisão, por exemplo, precisão na fabricação do produto;
- C. Saídas do sistema: relacionadas a aproximações feitas em relação ao modelo original, por exemplo;
- D. Incertezas a viabilidade: relacionadas a restrições do projeto.

Beyer e Sendhoff (2007 apud MENDES, 2013) indicam três formas de quantificar as incertezas:

1. Determinística: são determinadas por um espaço de variação dos parâmetros;
2. Probabilística: são determinadas por certa probabilidade de algum evento vir a ocorrer;
3. Possibilística: são medidas *fuzzy* em que certo evento tem possibilidade de acontecer.

Assim, até doze medidas de robustez podem suceder em problemas reais. Dessa maneira, Beyer e Sendhoff (2007, apud MENDES, 2013) reforçam que os projetos devem apresentar soluções que suportem conceitos de robustez.

Vincke (2003, apud MENDES, 2013) sugere quatro tipos de conceitos de robustez: a *decisão robusta*, que prevê boas propostas para o futuro; a *solução robusta*, que em todas ou na maioria apresenta um conjunto viável de valores para as incertezas; a *conclusão robusta*, que é apropriado para todos ou na maioria dos conjuntos aceitáveis para os parâmetros do modelo; e o *método robusto*, que devolve resultados convenientes para todas ou a maioria dos conjuntos de valores possíveis para os parâmetros do método e para as incertezas.

Então, uma solução é considerada robusta à medida que se mantém pouco alterada na presença das incertezas, se mantendo viável e respeitando suas restrições (MENDES, 2013). Uma medida robusta é o cenário do pior caso (AVIGAD e BRANKE, 2008 apud MENDES, 2013), que produz soluções factíveis na presença das incertezas e com bom desempenho. Neste trabalho, são abordadas duas formas de estimativas de pior caso, uma por conjunto de amostras e outra proposta por Steiner (2004), a qual reduz o número de avaliações da função *fitness*.

As incertezas paramétricas do tipo A e B, que são as incertezas relacionadas às variáveis de decisão e aos parâmetros do ambiente, serão consideradas neste trabalho de forma determinística. Assim, a versão robusta do PDEEE apresenta modificações na modelagem, para que comportem soluções robustas, como visto em Martins e Mendes (2016). A modelagem matemática a seguir considera as incertezas paramétricas:

A Equação (4) é a função objetivo com incertezas; A Equação (5) é um relaxamento da Equação (2); a Equação (6) determina os limites da produção de cada unidade geradora; as Equações (7) e (8) estão relacionadas com as perturbações realizadas nas potências produzidas por cada unidade geradora.  $P_m$  é o vetor das variáveis de decisão considerando a presença de incertezas e  $P_{mi}$  é a potência da unidade geradora  $i$  considerando as incertezas paramétricas  $P_{pi}$ ;  $I$  é o percentual de incerteza que a unidade geradora está sujeita;  $T$  é uma tolerância de relaxamento que a potência demandada está sujeita.

Função objetivo:

Minimizar:

$$F(\vec{P}_m) = \sum_{i=1}^n a_i P_{mi}^2 + b_i P_{mi} + c_i + |e_i \sin(f_i(P_i^{min} - P_{mi}))| \quad (4)$$

Sujeito à:

$$0 \leq \sum_{i=1}^n P_{mi} - P_D \leq T \quad (5)$$

$$P_i^{min} \leq P_{mi} \leq P_i^{max} \quad (6)$$

$$P_{mi} = P_i \pm P_{pi} \quad (7)$$

$$P_{pi} = r I_i \frac{(P_i^{min} + P_i^{max})}{2} \quad (8)$$

## 4. EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Storn e Price (1995) propuseram o algoritmo de Evolução Diferencial, o qual consiste em espalhar vetores no espaço de busca desejado, perturbando-os por meio de uma diferença ponderada e combinando-os entre si para chegar ao ótimo desejado. O algoritmo é simples e seu corpo principal pode ser escrito em poucas linhas de código em qualquer linguagem (STORN e PRICE, 1995).

De acordo com Storn e Price (1995), a ED é uma meta-heurística populacional, sendo que cada um de seus indivíduos é um vetor que aponta para uma solução candidata. Estes vetores são espalhados no espaço de busca procurando ter o máximo de abrangência. Novos vetores são gerados baseados em perturbações nos vetores existentes. Para isso, é feita uma mutação, a qual é a diferença entre dois vetores aleatórios da população, multiplicada por um fator de escala e somada a um terceiro vetor, também aleatório. Assim, é gerado o vetor doador que será cruzado com um vetor escolhido aleatoriamente da população, chamado de vetor alvo, resultando no vetor tentativa. Dessa maneira, os vetores da próxima geração são escolhidos entre o vetor tentativa ou o vetor alvo, gerando uma melhora ou mantendo o *fitness* da população. A Figura 03 contém o algoritmo básico de Evolução Diferencial proposto por Storn e Price (1995):

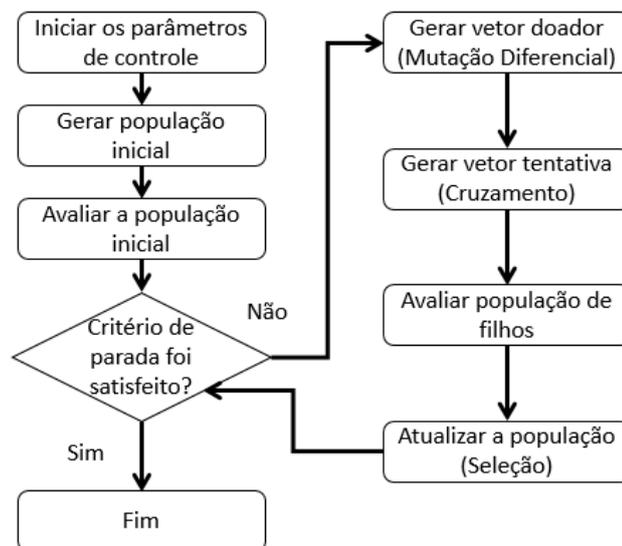


Figura 03: Algoritmo de Evolução Diferencial (STORN e PRICE, 1995).

A população inicial é gerada espalhando-se vetores no espaço de busca desejado. Quanto maior a área de cobertura desses vetores, maior será a possibilidade de se encontrar um ótimo esperado.

A mutação diferencial consiste em gerar um vetor perturbado através da diferença ponderada entre os vetores. É adicionada a um vetor base a diferença ponderada de outros dois vetores, resultando no vetor doador. Todos os três vetores são escolhidos aleatoriamente na população. Em que  $V$  é o vetor doador e  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  são vetores aleatórios e  $F$  é o fator de ponderação, conforme a equação abaixo (9):

$$V = R_3 + F * (R_2 - R_1) \quad (9)$$

O cruzamento é a recombinação de dois indivíduos, do vetor doador, vindo da mutação e o vetor alvo, que é escolhido aleatoriamente da população, gerando o vetor tentativa. Há dois tipos de cruzamento, binomial e exponencial. No cruzamento binomial, cada parâmetro do vetor tentativa é escolhido gerando-se um número aleatório entre  $[0,1]$ . Se este for maior que a taxa de cruzamento  $Cr$ , é herdado o parâmetro do vetor alvo, se for menor ou igual herda-se do vetor

doador. A diferença para o cruzamento exponencial é que, após um parâmetro do vetor alvo ser escolhido, todo o restante do vetor tentativa herdará do vetor alvo. A Figura 04 ilustra um exemplo de cruzamento binomial e exponencial.

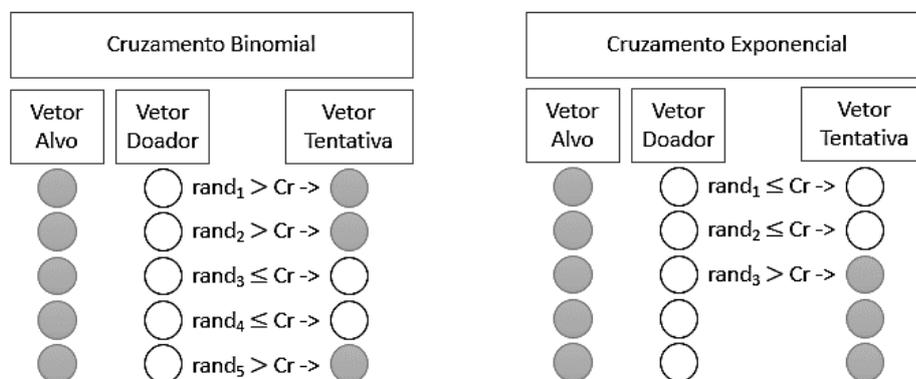


Figura 04: Representação de Cruzamento Binomial e Exponencial.

A seleção é feita comparando-se o vetor tentativa com o vetor alvo, se este possuir um *fitness* menor, o indivíduo da população é substituído. Dessa maneira, o *fitness* da população é mantido ou é melhorado ao longo das gerações.

## 5. EVOLUÇÃO DIFERENCIAL ROBUSTA

O algoritmo de Evolução Diferencial implementado é composto por cinco formas de avaliação da função objetivo. A primeira é na versão nominal, que será chamada de ED-N. Nesse caso, não é considerado a forma robusta do problema, duas consideram a forma robusta do problema, uma nomeada de ED-R1, a qual é avaliada a partir de um conjunto de amostras, a outra, chamada de ED-WCE, que é avaliada de acordo com a estimativa o pior caso (*worst case estimation*), proposta por Steiner (2004). As duas restantes, são aplicadas na versão ED-N, em que os métodos robustos são aplicados na versão nominal. Estas são chamadas de ED-Np-R1, para o conjunto de amostras e ED-Np-WCE, para a estimativa do pior caso. Isto é feito para demonstrar como a solução nominal é afetada perante a presença de incertezas. O pseudocódigo de Evolução Diferencial implementado é apresentado no algoritmo abaixo. Na linha 08, somente uma função de avaliação é usada a cada vez:

### Pseudocódigo Evolução Diferencial

01	Inicie os valores de parâmetros $F$ , $Cr$ , $Np$ ;
02	Gere aleatoriamente a população inicial e inicie geração $G = 0$ ;
03	Avalie a população inicial;
04	Enquanto o critério de parada não for satisfeito, faça:
05	Para $i=1$ até $Np$
06	Gere um vetor doador $v_i$ com $V_{i,G} = R_3 + F * (R_2 - R_1)$ (Mutação Diferencial);
07	Gere um vetor tentativa $U_{i,G}$ entre $V_{i,G}$ e um vetor alvo $X_{i,G}$ (Cruzamento);
08	Avalie $U_{i,G}$ ;
09	Se $f(U_{i,G}) < f(X_{i,G})$ então (Seleção):
10	$X_{i,G+1} = U_{i,G}$ ;
11	Sen�o:
12	$X_{i,G+1} = X_{i,G}$ ;
13	Fim Se
14	Fim Para
15	$G = G + 1$ ;
16	Fim Enquanto

Algoritmo 01: Pseudocódigo do algoritmo de Evolução Diferencial implementado. Sendo  $F$  o fator de ponderação,  $Cr$  a taxa de cruzamento,  $Np$  a quantidade de indivíduos da população.

## 5.1 ESTIMATIVA DO PIOR CASO

De acordo com Steiner (2004) a estimativa do pior caso (*worst case estimation*) é baseada no pressuposto que o pior caso da função ocorrerá em um dos vértices do conjunto de incertezas. Se a função for monotônica em  $U$  em todas as suas variáveis, a discretização do vértice produz resultados corretos e o pior caso ocorrerá em um dos vértices se a função for convexa.

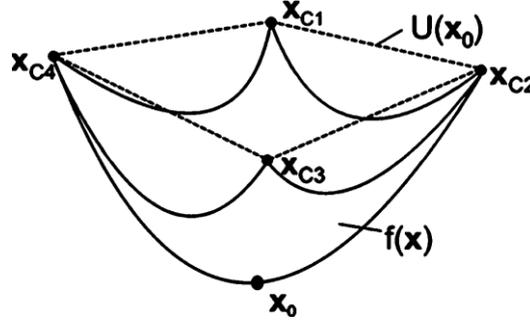


Figura 05: Função localmente convexa em  $R$  com incertezas definida em  $U(x_0)$  e os cantos  $x_c$  (STEINER, 2004).

Com o aumento de  $n$  dimensões do problema, o custo computacional também tende a crescer, já que fazer a avaliação de todos os vértices de cada  $f(x)$  é da ordem de  $2^n$ . Conforme Steiner (2004), é possível fazer apenas  $2n+1$  avaliações estimando-se o vértice de pior caso de incertezas. Para fazer esta estimativa usa-se as Equações (10) e (11):

$$\tilde{f}_{wci}(\mathbf{x}_0, \mathcal{P}) = \max[(f_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{p}^*), f_i(\mathbf{x}_0))] \quad |$$

$$\mathbf{p}^* = \begin{bmatrix} \text{sign}(f_i(\mathbf{x}_0, \bar{p}_1) - f_i(\mathbf{x}_0, \underline{p}_1)) \Delta_1 \\ \text{sign}(f_i(\mathbf{x}_0, \bar{p}_2) - f_i(\mathbf{x}_0, \underline{p}_2)) \Delta_2 \\ \vdots \\ \text{sign}(f_i(\mathbf{x}_0, \bar{p}_{n_p}) - f_i(\mathbf{x}_0, \underline{p}_{n_p})) \Delta_{n_p} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{p}^* \in P, \quad i = 1, 2, \dots, n_f \quad (10)$$

$$\Delta_j = \bar{p}_j, \quad \text{se } \text{sign}(f_i(\mathbf{x}_0, \bar{p}_j) - f_i(\mathbf{x}_0, \underline{p}_j)) > 0$$

$$\Delta_j = \underline{p}_j, \quad \text{caso contrário.}$$

$$j = 1, 2, \dots, n_p. \quad (11)$$

Em que  $x$  é o vetor de variáveis de decisão,  $p$  o vetor de incertezas paramétricas,  $\bar{P}$  é o valor máximo para a incerteza  $i$  e  $\underline{P}$  é o valor mínimo (SABIONI, 2014).

## 5.2 CONJUNTO DE AMOSTRAS

No conjunto de amostras, o valor do *fitness* do  $i$ -ésimo indivíduo da população é definido de acordo como sendo o pior valor de *fitness* de um conjunto de indivíduos perturbados. São gerados  $m$  indivíduos perturbados, por meio das Equações (8) e (9), para cada  $i$ -ésimo indivíduo. Assim, o pior valor de *fitness* desse conjunto de  $m$  indivíduos perturbados é escolhido para ser o *fitness* do  $i$ -ésimo indivíduo.

## 6. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Com o objetivo de verificar a qualidade do algoritmo de Evolução Diferencial proposto, testou-se em dois estudos de caso, com 13 e 40 UGs para as versões ED-N, ED-R1, ED-WCE, ED-Np-R1 e ED-Np-WCE. Os testes foram executados em um *notebook* com processador *Intel(R) Core(TM) i5-3337U, 1.80GHz (4 CPUs)*, com *4096MB RAM* e ambiente *Windows 10 64-bit*.

Em ambos os casos de teste, foram utilizados 30 experimentos para se extrair o valor mínimo, a média, o valor máximo e o desvio padrão, com população  $N_p$  igual a 40. O modo de cruzamento é do tipo *bin* e modo de mutação do tipo *rand*, o critério de parada com 5000 gerações. Os demais parâmetros para o algoritmo estão descritos nas seções correspondentes de 13 e 40 Ugs.

### 6.1 Estudo de caso 1: 13 unidades geradoras

Para o estudo de caso do PDEEE com 13 UGs, foi analisado com as seguintes configurações: taxa de cruzamento  $Cr=0.8$ ; fator de ponderação  $F=0.7$ ;  $Pd=1800$ ;  $n=13$ ;  $m=100$ ;  $T=0,01$ ;  $I=0,01$ ; os coeficientes de custo para cada unidade geradora estão na Tabela 01 (AL-ROOMI, 2016):

$UG_i$	$p_{min}$	$p_{max}$	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$e_i$	$f_i$
UG <sub>1</sub>	0	680	0,00028	8,1	550	300	0,035
UG <sub>2</sub>	0	360	0,00056	8,1	309	200	0,42
UG <sub>3</sub>	0	360	0,00056	8,1	307	150	0,42
UG <sub>4</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>5</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>6</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>7</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>8</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>9</sub>	60	180	0,00324	7,74	240	150	0,63
UG <sub>10</sub>	40	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
UG <sub>11</sub>	40	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
UG <sub>12</sub>	55	120	0,00284	8,6	126	100	0,084
UG <sub>13</sub>	55	120	0,00284	8,6	126	100	0,084

Tabela 01: Custos dos coeficientes de cada unidade geradora (AL-ROOMI, 2016).

Os resultados obtidos nas versões se encontram na Tabela 02. Na Tabela 03 é mostrado o melhor indivíduo retornado pela versão ED-N:

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-N	17969,49	18130,96	18226,82	70,87
ED-R1	18278,77	18436,61	18601,33	81,14
ED-WCE	18676,14	18891,06	19165,93	114,08

Tabela 02: Resultados do algoritmo de Evolução Diferencial.

UG <sub>1</sub>	UG <sub>2</sub>	UG <sub>3</sub>	UG <sub>4</sub>	UG <sub>5</sub>	UG <sub>6</sub>	UG <sub>7</sub>	UG <sub>8</sub>	UG <sub>9</sub>	UG <sub>10</sub>	UG <sub>11</sub>	UG <sub>12</sub>	UG <sub>13</sub>
628,32	299,2	222,75	109,87	60	60	109,87	60	60	40	40	55	55

Tabela 03: Melhor solução nominal encontrada.

O gráfico 01 mostra como o algoritmo se comporta ao longo das iterações de uma execução. Neste caso foi selecionado uma execução de cada versão para compor o gráfico:

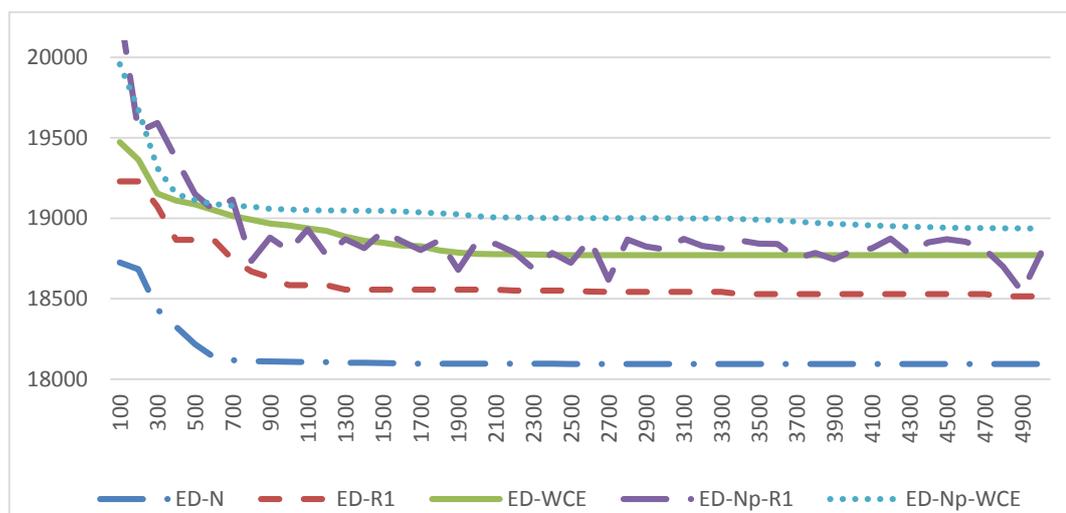


Gráfico 01: Comportamento do algoritmo de Evolução Diferencial.

As versões ED-Np-R1 e ED-Np-WCE, mostradas no Gráfico 01, foram geradas à partir da versão ED-N, aplicando-se os métodos de avaliação por conjunto de amostras e pela estimativa do pior caso, respectivamente.

Na Tabela 04, se encontra a comparação para os casos nominais, os resultados dos trabalhos de Jeronymo (2011), o de Coelho e Mariani (2006) e de Martins e Mendes (2016). Pode-se observar que a ED-N tem o resultado mínimo próximo dos outros trabalhos:

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-N	17969,49	18130,96	18226,82	70,87
COELHO E MARIANI	17968,95	17991,56	18035,13	14,70
JERONYMO	19015,6	19370,5	-	213,11
MARTINS E MENDES	17960,50	18014,57	18084,10	27,18

Tabela 04: Comparação de versões nominais.

Os resultados para as versões com robustez foram comparados com o trabalho de Martins e Mendes (2016):

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-R1	18278,77	18436,61	18601,33	81,14
ED-WCE	18676,14	18891,06	19165,93	114,08
MARTINS E MENDES	17980,30	18099,61	18218,80	47,93

Tabela 05: Comparação de versões com robustez.

## 6.2 Estudo de caso 2: 40 unidades geradoras

Para a versão do PDEEE com 40 UGs, foi analisado com as seguintes configurações: taxa de cruzamento  $Cr=0.9$ ; fator de ponderação  $F=0.5$ ;  $Pd=10500$ ;  $n=40$ ;  $m=100$ ;  $T=0,01$ ;  $I=0,01$ ; os coeficientes de custo para cada unidade geradora estão na Tabela 06 (AL-ROOMI, 2016):

UG <sub>i</sub>	$p_{min}$	$p_{max}$	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$e_i$	$f_i$
UG <sub>1</sub>	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
UG <sub>2</sub>	36	114	0,00690	6,73	94,705	100	0,084
UG <sub>3</sub>	60	120	0,02028	7,07	309,54	100	0,084
UG <sub>4</sub>	80	190	0,00942	8,18	369,03	150	0,063
UG <sub>5</sub>	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077
UG <sub>6</sub>	68	140	0,01142	8,05	222,33	100	0,084
UG <sub>7</sub>	110	300	0,00357	8,03	287,71	200	0,042
UG <sub>8</sub>	135	300	0,00492	6,99	391,38	200	0,042

UG <sub>9</sub>	135	300	0,00573	6,60	455,76	200	0,042
UG <sub>10</sub>	130	300	0,00605	12,9	722,82	200	0,042
UG <sub>11</sub>	94	375	0,00515	12,9	635,20	200	0,042
UG <sub>12</sub>	94	375	0,00569	12,8	654,69	200	0,042
UG <sub>13</sub>	125	500	0,00421	12,5	913,40	300	0,035
UG <sub>14</sub>	125	500	0,00752	8,84	1760,40	300	0,035
UG <sub>15</sub>	125	500	0,00708	9,15	1728,30	300	0,035
UG <sub>16</sub>	125	500	0,00708	9,15	1728,30	300	0,035
UG <sub>17</sub>	220	500	0,00313	7,97	647,85	300	0,035
UG <sub>18</sub>	220	500	0,00313	7,95	649,69	300	0,035
UG <sub>19</sub>	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035
UG <sub>20</sub>	242	550	0,00313	7,97	647,81	300	0,035
UG <sub>21</sub>	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
UG <sub>22</sub>	254	550	0,00298	6,63	785,96	300	0,035
UG <sub>23</sub>	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
UG <sub>24</sub>	254	550	0,00284	6,66	794,53	300	0,035
UG <sub>25</sub>	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
UG <sub>26</sub>	254	550	0,00277	7,10	801,32	300	0,035
UG <sub>27</sub>	10	150	0,52124	3,33	1055,10	120	0,077
UG <sub>28</sub>	10	150	0,52124	3,33	1055,10	120	0,077
UG <sub>29</sub>	10	150	0,52124	3,33	1055,10	120	0,077
UG <sub>30</sub>	47	97	0,01140	5,35	148,89	120	0,077
UG <sub>31</sub>	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
UG <sub>32</sub>	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
UG <sub>33</sub>	60	190	0,00160	6,43	222,92	150	0,063
UG <sub>34</sub>	90	200	0,00010	8,95	107,87	200	0,042
UG <sub>35</sub>	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
UG <sub>36</sub>	90	200	0,00010	8,62	116,58	200	0,042
UG <sub>37</sub>	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
UG <sub>38</sub>	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
UG <sub>39</sub>	25	110	0,01610	5,88	307,45	80	0,098
UG <sub>40</sub>	242	550	0,00313	7,97	647,83	300	0,035

Tabela 06: Custos dos coeficientes de cada unidade geradora (AL-ROOMI, 2016).

A Tabela 07 contém os resultados da execução nominal, da robustez com estimativa do pior caso e com o conjunto de amostras e a Tabela 08 se encontra a melhor solução nominal retornada:

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-N	122189,3	123297,4	125271,3	729,247
ED-R1	124198,8	125484,8	128094,2	895,8884
ED-WCE	124224,99	125409,4	126773,1	682,1484

Tabela 07: Resultados do algoritmo de Evolução Diferencial.

UG <sub>1</sub>	UG <sub>2</sub>	UG <sub>3</sub>	UG <sub>4</sub>	UG <sub>5</sub>	UG <sub>6</sub>	UG <sub>7</sub>	UG <sub>8</sub>	UG <sub>9</sub>	UG <sub>10</sub>
110,80	113,99	97,40	179,74	96,99	140,00	259,71	285,73	284,60	130,00
UG <sub>11</sub>	UG <sub>12</sub>	UG <sub>13</sub>	UG <sub>14</sub>	UG <sub>15</sub>	UG <sub>16</sub>	UG <sub>17</sub>	UG <sub>18</sub>	UG <sub>19</sub>	UG <sub>20</sub>
168,79	94,00	304,51	214,76	484,04	394,29	489,28	489,27	421,52	511,28
UG <sub>21</sub>	UG <sub>22</sub>	UG <sub>23</sub>	UG <sub>24</sub>	UG <sub>25</sub>	UG <sub>26</sub>	UG <sub>27</sub>	UG <sub>28</sub>	UG <sub>29</sub>	UG <sub>30</sub>
523,28	523,29	549,97	523,28	523,28	523,28	10,00	10,00	10,00	96,99
UG <sub>31</sub>	UG <sub>32</sub>	UG <sub>33</sub>	UG <sub>34</sub>	UG <sub>35</sub>	UG <sub>36</sub>	UG <sub>37</sub>	UG <sub>38</sub>	UG <sub>39</sub>	UG <sub>40</sub>
190,00	189,99	189,99	166,42	200,00	166,46	110,00	109,99	101,69	511,28

Tabela 08: Melhor solução nominal encontrada.

O Gráfico 02 é semelhante ao Gráfico 01, sendo que as linhas ED-Np-R1 e ED-Np-WCE são execuções nominais em que foram aplicadas avaliações por conjunto de amostras e estimativa do pior caso, respectivamente:

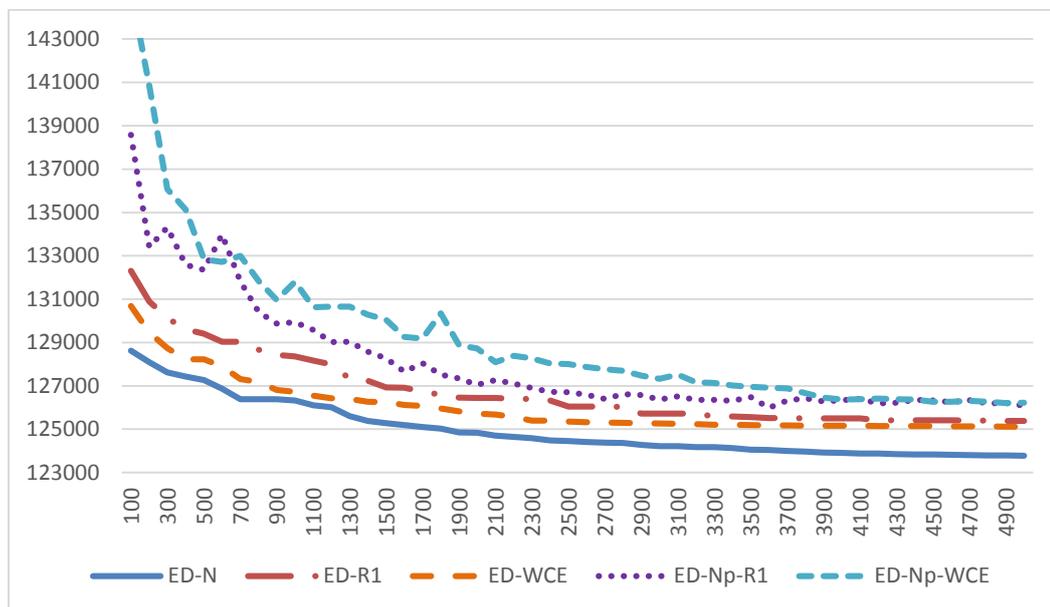


Gráfico 02: Comportamento do algoritmo de Evolução Diferencial.

Abaixo se encontra a comparação entre a versão ED-N com os trabalhos de Coelho e Mariani (2006) e Jeronymo (2011):

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-N	122189,3	123297,4	125271,3	729,247
COELHO E MARIANI	121948,79	122843,29	124274,35	551,18
JERONYMO	131682,8	138103,8	-	3578,06

Tabela 09: Comparação de versões nominais.

As versões robustas estão na Tabela 10 comparadas com as versões nominais perturbadas. Podemos observar que as médias e os desvios padrão das versões robustas retornaram resultados melhores do que as versões nominais perturbadas:

Versão	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão
ED-R1	124558,28	125766,43	126831,27	717,49
ED-Np-R1	124220,10	125918,59	127726,75	816,71
ED-WCE	124713,79	125949,39	127194,86	689,31
ED-Np-WCE	125037,09	126140,66	127870,34	767,25

Tabela 10: Comparação de versões nominais perturbadas com as versões robustas.

## 7. CONCLUSÃO

Neste artigo foi apresentado uma nova resolução do RPDEEE, a versão de 40 UGs utilizando a ED, os resultados foram satisfatórios e dentro do esperado. Nas duas versões do RPDEEE apresentados, os resultados robustos ficaram entre as soluções nominais e nominais perturbadas, evidenciando que as soluções robustas são melhores, pois, as soluções nominais na presença de incertezas têm seu custo aumentado. Deve-se destacar que o método de estimativa do pior caso, na versão ED-WCE, possui um custo computacional relativamente menor em relação à versão que utiliza de conjunto de amostras, pois emprega-se menos avaliações da função objetivo.

## 8. REFERÊNCIAS

AL-ROOMI; (2016). Web page: <http://al-roomi.org/economic-dispatch/13-units-system>. Acessado em: 2017-09-02.

AL-ROOMI; (2016). Web page: <http://al-roomi.org/economic-dispatch/40-units-system>. Acessado em: 2017-10-08.

AVIGAD, G.; BRANKE, J. **Embedded Evolutionary Multi-objective Optimization for Worst Case Robustness**. 2008. Apud: MENDES, M. H. S. **Algoritmos evolucionários intervalares para otimização robusta multiobjetivo**. Doutorado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013.

BEYER, H.-G., SENDHOFF, B. **Robust optimization – a comprehensive survey**. 2007. Apud: MENDES, M. H. S. **Algoritmos evolucionários intervalares para otimização robusta multiobjetivo**. Doutorado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013.

COELHO, L. d. S. e MARIANI, V. C. **Evolução diferencial híbrida com programação quadrática aplicada ao problema de despacho econômico de energia elétrica**. Revista de Controle e Automação. Vol. 17. Outubro de 2006.

DRBAL, L. et al. **Power plant engineering**, 1996. Apud: JERONYMO, D. C. **Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica**. Mestrado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2011.

HAPP, H. H. **Optimal power dispatch - a comprehensive survey**, 1977. Apud: JERONYMO, D. C. **Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica**. Mestrado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2011.

JERONYMO, D. C. **Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica**. Mestrado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2011.

MARTINS, R. N., MENDES, M. H. S. **Algoritmo Genético para o Problema Do Despacho de Energia Elétrica com Incertezas**. Disponível em: <<http://www.novoscursos.ufv.br/graduacao/caf/ccp/www/wp-content/uploads/2017/03/Romulo.pdf>>. Acesso em: 14 jun. 2017.

MENDES, M. H. S. **Algoritmos evolucionários intervalares para otimização robusta multiobjetivo**. Doutorado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013.

SABIONI, C. L. **Desenvolvimento de novos métodos para solução de problemas de otimização multiobjetivo com incertezas**. Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2014.

STEINER, G., WEBER, A. E MAGELE, C. **Managing uncertainties in electromagnetic design problems with robust optimization**. *IEEE Transactions on Magnetics*. Março de 2004, Vol. 40, no. 2.

STORN, R.; PRICE, K. V. **Differential evolution: a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces**. ICSI, USA, Tech. Rep. TR-95-012, 1995.

VINCKE, P. **About robustness analysis**. 2003. Apud: MENDES, M. H. S. **Algoritmos evolucionários intervalares para otimização robusta multiobjetivo**. Doutorado em engenharia

elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2013.

WALTERS, D.; SHEBLE, G. **Genetic algorithm solution of economic dispatch with valve point loading**, 1993. Apud: JERONYMO, D. C. **Metaheurísticas aplicadas ao problema de despacho econômico de energia elétrica**. Mestrado em engenharia elétrica, Programa de Pós-graduação em Engenharia elétrica, Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2011.